UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
Curso de Nivelación 2014

MATEMÁTICA

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

CURSO DE MATEMÁTICA EN LÍNEA

Contenido

PERMUTACIONES CIRCULARES 1
PERMUTACIONES CON OBJETOS REPETIDOS O INDISTINGUIBLES 1
COMBINACIÓN 2

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

PERMUTACIONES CIRCULARES

$$(n - 1)!$$

Ejemplo 4.39. De cuántas formas se pueden sembrar cuatro árboles distintos alrededor de un círculo.

$(4 – 1)!=3!=3.2.1=6$ formas distintas.

Ejemplo 4.40.

a) ¿De cuántas formas se pueden sentar siete personas en torno a una mesa circular? $(7 – 1)! =6! = 720$ maneras.

b) Si dos de las personas insisten en sentarse juntas, ¿cuántas disposiciones son posibles? $2! \cdot (6 – 1)! = 2! \cdot 5! = 240$ maneras distintas

PERMUTACIONES CON OBJETOS REPETIDOS O INDISTINGUIBLES

El número de permutaciones de n objetos con n_1 iguales, n_2 iguales,..., n_r iguales, es

$$_nP_{n_1, n_2, \ldots, n_r} = \frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_r!} \quad donde \sum_{i=1}^{r} n_i = n$$

Ejemplo 4.41. Un código de barras se puede generar imprimiendo 4 líneas de tamaño grueso, 3 líneas de tamaño medio y 2 líneas de tamaño fino. Si cada ordenación de las nueve líneas representa un código de barras diferente, ¿cuántos códigos de barras diferentes se pueden generar utilizando este esquema?

Línea gruesa, $n_1=4$; línea mediana, $n_2=3$; y línea fina, $n_3=2$, entonces

$$_9P_{4,3,2} = \frac{9!}{4!3!2!} = 1{,}260 \text{ códigos barras diferentes}$$

Ejemplo 4.42. Un experimento consiste en transmitir, al azar, una sucesión de señales binarias, 0 ó 1. ¿Cuál es la probabilidad de que 3 señales de las 6 sean unos?

Sea el evento A: tres señales de las seis sean unos.

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

$$P(A)=\frac{h}{n}=\frac{\frac{6!}{3!\cdot 3!}}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}=\frac{20}{2^6}=\frac{5}{16}$$

COMBINACIÓN

En un conjunto de *n* objetos distintos, cualquier subconjunto *no ordenado* de tamaño r de los objetos se llama **combinación.**

Obsérvese que en las combinaciones no interesa el orden.

NOTACION: Combinación de n objetos seleccionando *r* se denota por ${}_nC_r$ ó $\binom{n}{r}$.

Ejemplo 4.41. Combinación de las letras a, b, c tomando dos.

Combinación	*Permutación*
ab	*ab, ba*
ac	*ac, ca*
bc	*bc, cb*

Obsérvese que ${}_3P_2= 2! \cdot {}_3C_2$. Puesto que cada combinación de *n* objetos tomando *r* a la vez determina *r!* permutaciones de los objetos, se deduce que

$${}_nP_r= {}_nC_r * r!$$

Así,

TEOREMA: $${}_nC_r=\frac{{}_nP_r}{r!}=\frac{\frac{n!}{(n-r)!}}{r!}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

En su calculadora puede utilizar la tecla $_nC_r$

Ejemplo 4.42. Cuántos comités de 4 se pueden forman con 5 personas en una colonia.

${}_5C_4={}_5P_4$ / 4! = 5.4.3.2 / 4.3.2.1=5 ó ${}_5C_4$=5! / 4!(5-4)! = 5! / 4!1!=5.4! / 4! = 5 comités diferentes.

Ejemplo 4.43. Se dispone de 8 jugadores para un equipo de baloncesto. Cuántos equipos diferentes se pueden formar.

${}_8C_5$=56 equipos diferentes pueden formarse.

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

Ejemplo 4.44. En una fundidora, se identifica un lote de 20 bloques de motor, de los cuales cinco contienen defectos internos. El comprador selecciona tres bloques al azar y prueba su dureza. Se aceptará el lote si no se identifican defectos. ¿Cuál es la probabilidad de que se acepte este lote?

Sea el evento A: no se identifican defectos

$$P(A)=h/n={}_5C_0 \cdot {}_{15}C_3 / {}_{20}C_3 = {}_{15}C_3 / {}_{20}C_3 = 455/1140$$

Ejemplo 4.45. Selección al azar de tres lámparas entre 15 de las cuales 5 son defectuosas. Calcule:

a) Probabilidad de que una por lo menos sea defectuosa.
b) Probabilidad de que ninguna sea defectuosa.
c) Probabilidad de que exactamente una sea defectuosa.
d) Probabilidad de que dos por lo menos sean defectuosas.
e) Probabilidad de que a lo sumo dos son defectuosas.

Solución:

a) Sea el evento A: una lámpara por lo menos sea defectuosa

$n={}_{15}C_3=455$; $h={}_5C_1 \cdot {}_{10}C_2 + {}_5C_2 \cdot {}_{10}C_1 + {}_5C_3=225 + 100 + 10 =335$

$$P(A)=h/n=335/455$$

b) P(ninguna sea defectuosa) +P(por lo menos una defectuosa)=1

$$P(A^c) + P(A)=1$$

$$P(A^c) =1 – 335/455=24/91$$

c) Sea C: una exactamente sea defectuosa

$$P(C)=h/n={}_5C_1 \cdot {}_{10}C_2 / 455=225/455$$

d) P(a lo sumo una sea defectuosa)+P(dos por lo menos sean defectuosas)=1

P(dos por lo menos sean defectuosas)=1- P(a lo sumo una sea defectuosa)

=1 – [P(ninguna sea defectuosa)+P(una exactamente sea defectuosa)]
=1 – [24/91 + 225/455]
=1 – 69/91
=22/91

Solución alterna:

P(dos por lo menos sean defectuosas)=P(dos exactamente sean defectuosas)+
P(tres exactamente sean defectuosas)

$={}_5C_2. \cdot {}_{10}C_1/{}_{15}C_3 + {}_5C_3/{}_{15}C_3$

=22/91

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

e. P(a lo sumo dos sean defectuosas) + P(tres exactamente defectuosas)=1
P(a lo sumo dos sean defectuosas)=1 - P(tres exactamente sean defectuosas)
$=1 - {}_5C_3 / 455$
$=1- 10/455$
$=445/455$

Ejemplo 4.46. De una baraja de 52 cartas se sacan tres naipes. Determinar la probabilidad de que:

a) Sean el as de tréboles, el de corazones y el de picas, en este orden.
b) Sean todos del mismo manjar.

Solución:

a) Sea el evento A: en el orden as de tréboles, de corazones y de picas. Entonces,

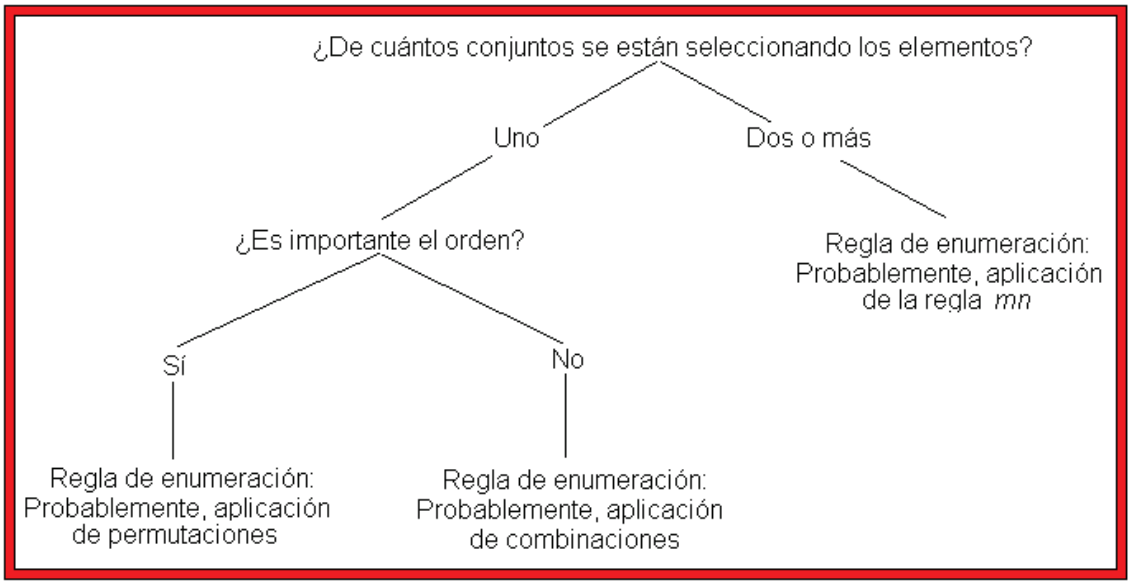
$$P(A)=h/n= 1/ 52\bullet 51\bullet 50 =1/132\ 600$$

b) Sea el evento B: tres tréboles o tres corazones o tres picas o tres diamantes.

Entonces, $P(B)=h/n=({}_{13}C_3 + {}_{13}C_3 + {}_{13}C_3 + {}_{13}C_3) / {}_{52}C_3 =1144/22\ 100=22/425$

Sugerencias para la solución de problemas sobre conteo

El proceso de diagnóstico debe seguir las indicaciones del árbol de decisión sugerido en el siguiente diagrama:



Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

Si se tiene dificultad para visualizar la regla (o reglas) de enumeración apropiada para un problema que involucra un gran número de puntos muéstrales, se puede construir una versión en miniatura del problema de forma tal que se puedan contar manualmente los puntos. Esto puede ayudar a ver cómo se puede resolver la versión más complicada.

Ejemplo 4.47. Sean 2 artículos seleccionados al azar de un grupo de 12 de los cuales 4 son defectuosos. ¿Cuál es la probabilidad seleccionar dos artículos defectuosos?
Los dos artículos se seleccionan de *un conjunto* de doce artículos, en el que el orden de selección no importa, entonces el número de maneras de seleccionar dos de entre doce es una combinación y el número de maneras de seleccionar dos defectuosos de entre cuatro es una combinación también. Sea el evento A: dos artículos defectuosos, entonces

$$P(A) = \frac{h}{n} = \frac{{}_4C_2}{{}_{12}C_2} = \frac{6}{66} = \frac{1}{11}$$

Ejemplo 4.48. Se seleccionan al azar dos cartas entre 10 cartas numeradas de 1 a 10. Hallar la probabilidad de que la suma sea impar.
Las dos cartas se seleccionan de *un conjunto* de 10 cartas, donde el orden de selección no interesa, entonces el número de maneras de seleccionar 2 cartas de entre 10, es una combinación. La suma es impar si un número es impar *y* el otro par. La selección para esto se hace de *dos conjuntos:* el primero con elementos 1, 3, 5, 7, 9 y el otro con elementos 2, 4, 6, 8, 10, entonces se aplica la regla del producto para hallar el número de resultados donde la suma es impar. Sea A: suma impar, entonces

$$P(A)=h/n= 5 \cdot 5 / {}_{10}C_2 = 25 / 45 = 5 / 9$$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013